

数学、现代物理与对撞机

◎丘成桐

引言

许多人认为我是纯数学家，他们大概会为我正在积极推动中国建造一台大科学装置而感到吃惊。同事们和我有时称这台大装置为“巨型对撞机”(Great Collider)，这原本是诺贝尔物理学奖得主格罗斯(D. Gross)建议的名字。巨型对撞机与万里长城(Great Wall)相呼应。巧合的是，这座巨型对撞机很可能就将在山海关长城附近。

这台考虑中的设备可能成为人类有史以来最强大的粒子加速器，不过也要取决于世界各地类似计划的进展。这项任务的关键绝不在于建造足以夸耀为“世界最大”的机器，而是要建造一台能够开辟基础物理学新领域的设备，以揭示我们目前仍无法企及的宇宙奥秘。

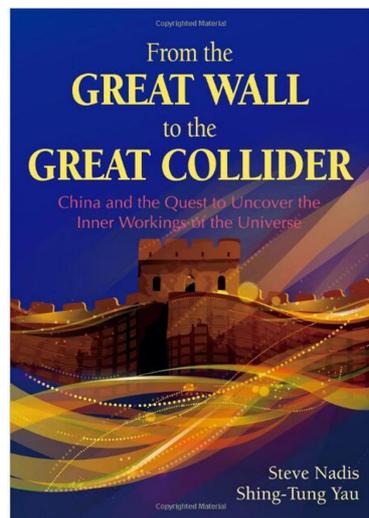
我的朋友纳迪斯(S. Nadis)与我最近撰写了一本书，英文名就叫 *From the Great Wall to the Great Collider*，刚由波士顿国际出版社(International Press of Boston)出版。由何红建教授和鲜于中之博士翻译的中文版《从万里长城到巨型对撞机》也已基本完成，即将出版。我们写这本书的首要动机是想弄明白，是否有充分的理由来实施如此庞大而极具挑战的项目。与该领域的许多同事一样，我们确认这种规模的机器对于基础物理学的进步极为关键。或许更重要的是，它将满足人类理解周遭世界的永恒渴望。

事实上，我在哈佛大学兼任数学和物理系的教授，而我一生的学问虽然以数学为主，但是我大部分的数学工作与物理学有关，有些是由物理学得到原始的想法，有些是解决物理学提出的问题。这种交叠其实出自个人爱好：我喜欢在这两个充满活力的领域的交界线上工作。我觉得身居此地令人激动。不过除此以外，我还意识到，由观察和理解自然界受到启发而获得的物理观念，能够大大激发数学的发展。另一方面，数学与物理学从科学的源头开始就有千丝万缕的联系。

丘成桐：数学教授，物理学教授，哈佛大学；美国科学院院士，中国科学院外籍院士。

Yau Shing-Tung: Professor of Mathematics and of Physics, Harvard University; Member of American Academy of Sciences, Foreign Member of Chinese Academy of Sciences.

法，有些是解决物理学提出的问题。这种交叠其实出自个人爱好：我喜欢在这两个充满活力的领域的交界线上工作。我觉得身居此地令人激动。不过除此以外，我还意识到，由观察和理解自然界受到启发而获得的物理观念，能够大大激发数学的发展。另一方面，数学与物理学从科学的源头开始就有千丝万缕的联系。



丘成桐等的新著 *From the Great Wall to the Great Collider* (《从万里长城到巨型对撞机》)封面

数学与物理的密切关系

从古希腊开始，基本科学问题追寻的乃是大自然的真和美。古代数学家一方面要解决一些跟农业、天文有关的问题，一方面很喜悦于眼中看到的数字和几何形象，就用三段论证的方法推导出很多漂亮的理论，发展了数论和几何这两门至今仍生生不息的数学分支，因此数学这门学问及实践，和美学都有密切的关联。

与此同时，古代学者也注意到不同的大自然现象：例如日月星球的运行问题，他们发现数学能够提供很重要的工具，地球的直径、太阳和地球的距离都可以通过几何的方法，量度太阳光线的路线得到解决。当然他们对机械、对流体、对物质的基本结构都有很大兴趣，

甚至提出原子理论,物理学因此而生。

数学求美也求真,也讲实用,和求真的物理学实在有千丝万缕的联系!因此19世纪以前的物理学家都是好的数学家,他们从物理学的观点里引出了很重要的数学观点,从而产生了新的数学分支!牛顿(I. Newton)是其中最出色的。还有不少伟大的学者,例如法国的傅里叶(J. Fourier),他提出的波的谱分析,影响了应用数学、纯数学和量子力学的发展。

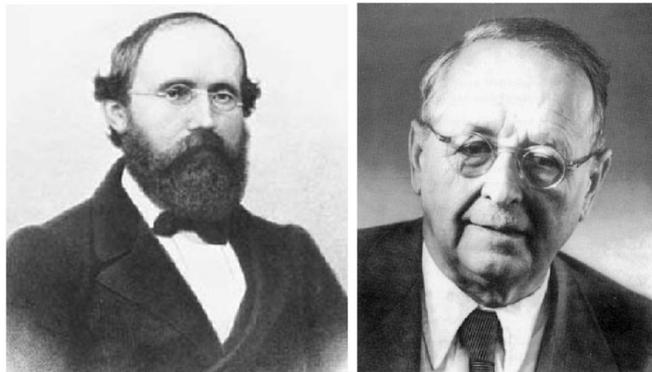
到了20世纪早期,数学的严谨性受到质疑,数学家将数学公理化的结果,使得数学更为抽象,引进的名词和符号使物理学家对于这些现代数学有点手足无措。一直到1960年代末期,物理学家和数学家大致各走异路。但是也有重要的例外。

20世纪物理学两大理论支柱毫无疑问是量子力学和广义相对论,它们都要用到19世纪数学家发明的理论,前者用到谱分析的理论,后者需要黎曼几何。与广义相对论相比,量子力学在诞生之初进展神速,在短时间内,可以在实验室验证各种重要的现象,对于粒子物理、化学、通信技术、现代工业的一切进展都有奠基性的贡献。这里有几个原因,它有不断的实验支持,不断地从实验室找到新的现象来验证和引导物理学家提出的想法。同时它需要的数学比较简单,基础在线性分析,已由希尔伯特(D. Hilbert)提出的无限维空间的谱分析等数学理论提供,至于进一步的规范场由外尔(H. Weyl)提出时也还比较线性化。但是数学家如陈省身先生就很早讨论纤维丛的联络理论,1954年,杨振宁和米尔斯(R. Mills)重新发现这理论可用于粒子物理,是外尔理论的推广,但需要的数学远比线性理论来得复杂!这个复杂性让物理学家停顿十多年,因为要将非线性的理论量子化是很困难的事情,但是不能量子化的理论对高能物理的现象没有任何用处。

1970年,刚毕业的年轻荷兰物理学家厄特霍夫特(G. 't Hooft)完成了规范场量子化的重要工作,高能物理迅速进入新纪元,几年内标准模型建立成功,直到今天,它的结论都相当正确,在实验室得到证明,它已经融合了宇宙间三个力场。

反过来说,引力场理论的基础在1915年完成,爱因斯坦(A. Einstein)写下正确的场方程,而希尔伯特写下它的拉格朗日算子(Lagrangian)。引力场很基础的问题已经得到解决,这比量子力学来得结实。在现代物理里,量子场论发挥了极为重要的贡献,但是到如今我们还没有一个严格的非线性四维量子场论!

非线性理论极度困难,引力场的方程就是一组非线性方程,除了极为特殊的情形,我们一筹莫展!这是引力理论发展缓慢的一个原因,当然天文的观察直到



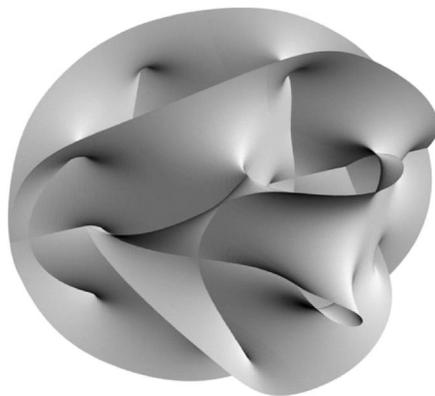
黎曼(左)与外尔 在牛顿时代,好的数学家同时也是好的物理学家。后来几个世纪里职业分工,但第一流的数学家几乎都对物理学做出了重大贡献,例如18世纪的欧拉、拉格朗日、傅里叶,19世纪的高斯、黎曼、庞加莱,20世纪的希尔伯特、外尔、嘉当等。20世纪中叶数学与物理走上异途,但两者之间仍存在紧密关系,在今天更显突出。

近三十年来才有比较大的进展。

我的研究工作

1970年,我来到美国伯克利念数学研究生。从那时开始我就对爱因斯坦的广义相对论很着迷,只是我以前尚未深入学习过。我当时的专业与今天一样,是几何学,而爱因斯坦提供了某种新东西:引力的几何表述。他说,与其将引力描写成两个重物间的吸引力,不如将引力设想成重物的存在导致了时空曲率。

爱因斯坦提到的时空扭曲与所谓的“里奇曲率”有关。这使我想到:如果时空处于真空状态,其中空无一物,那会怎样呢?在没有质量的情况下是否还可能有什么(诸如里奇曲率之类的)曲率呢?让我惊喜的是,我很快发现几何学家卡拉比(E. Calabi)在二十多年前就已提出了几乎完全一样的问题,只不过用相当抽象的数学



卡拉比-丘空间

语言表达成了一种面目全非的形式。这就是卡拉比猜想。不过卡拉比在 1953 年提出这一猜想时却坚持说“这与物理毫无关系”，至少在他看来“这完全是几何”。

卡拉比猜想要求存在一种偶数维的几何对象，或者说“空间”，它有很多特性，尤其具有一种奇怪的对称性。很多几何学家认为这种东西“过于美好”了，他们认为满足卡拉比所提条件的空间在数学上是不可能的。

虽然我最初对此也颇有怀疑，但经过对卡拉比猜想的多年研究，我终于在 1976 年证明了它实际上是对的。这类由卡拉比引入、而我最终证明其存在性的空间于是被称为卡拉比-丘空间或卡拉比-丘流形。

我强烈地感到我的工作物理中会很重，而且不仅限于我最初起步的广义相对论问题，但这重要性将在何处出现以及怎样出现，我还不完全清楚。

从 1970 年代初起，物理学家则开始猜测自然界有一种所谓“超对称”的假想对称性。如果这是真的，就有可能解决关于量子场论的很多困惑，而量子场论又是粒子物理的主导性理论（当时是，至今也是）。没人证明我们的世界究竟是否有超对称，不过卡拉比-丘空间具有这种对称性就至少说明它自有数学合理性。

1984 年，物理学家来找我。他们在寻找含有超对称的高维空间，这在弦论中具有核心作用。他们觉得卡拉比-丘空间或许就是答案。弦论正试图做一些之前的物理理论从未成功过的事情，它想解释并统一自然界中所有作用力和所有粒子。至于要弄明白弦论是否正确描述了宇宙，还有很长的路要走，而且看来没有实验能在近期内解决这个问题。

不过即使如此，弦论已在多个前沿激发了重要的数学工作。例如，物理学家偶然发现了不同的卡拉比-丘空间之间有一种前所未有的密切联系，称之为“镜像对称性”。它复兴了枚举几何学领域，同时导致对许多

难题的解答，其中有些难题甚至可追溯到 19 世纪。我和同事尝试探索这个概念的根源，从而为镜像对称性确立牢固的数学基础。

从上面这个例子可以看出，有一股稳流往返于物理和数学之间，对这两个领域既有益又重要。我已屡次发现，物理直觉对数学家极有助益，我也知道数学工作帮助物理学研究的很多例子。除了对物理学出于私心的支持外，我同时也真正喜欢这门学问。我是物理学以及一切前沿科学的一大倡导者。

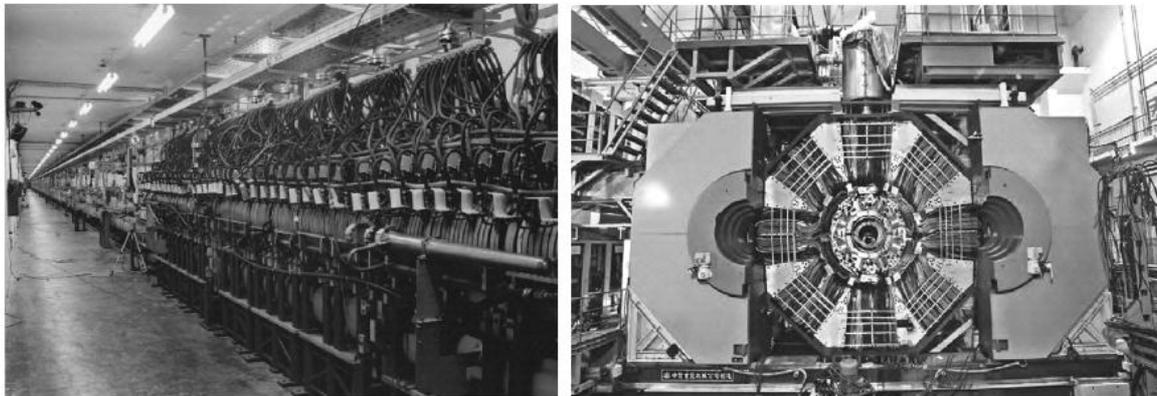
推动实验物理大工程

我仍然清晰地记得 1990 年访问欧洲核研究组织（CERN）的情景。在那里人们向我介绍了地面下大约 100 米处周长 27 千米的环形隧道，大型强子对撞机（LHC）最终将在此加速粒子。对这种取精用宏的工程设计，我印象十分深刻。

几十年后，LHC 兑现了它的伟大承诺，以希格斯玻色子的发现为粒子物理的所谓标准模型画上句号。希格斯玻色子有时还被称作“上帝粒子”，然而科学家几乎从不这么叫，他们觉得这更像宣传策略，与科学并无关系。希格斯粒子的发现是一场轰动性的胜利。作为标准模型的封顶石，它为实验与理论几十年来的进展画上句号，然而这绝不意味着粒子物理学家的工作已经完成或接近完成。尽管标准模型可谓物理学史上最成功的理论，但它无法描述万有引力；而且，它所详尽分类并描述的粒子在全宇宙中也占不到百分之五，因而留下了很多有待探索的问题。标准模型自身也面临许多难题有待解决。物理学家提出了多种新方案，比如超对称，额外的时空维度，复合的希格斯粒子，等等。

当前，LHC 正在全力运行，检验这些新方案。但是要进一步探索新物理，就需要能量比 LHC 更高的新机器。

而且，LHC 也不会永远运行下去。一旦它在数十年后结束任务，那么除非某处会出现一台更大更好的新机器，整个领域就会陷于停滞。



1980 年代建造的、直到今天仍在运行的北京正负电子对撞机

现在是时候考虑下一代更大更好的机器了。这回，隧道也许长达 100 千米，以便将粒子加速得更快，从而使对撞能量提升到从前的 5~10 倍。这台设备可将我们带向超越标准模型的全新境界，还有可能在此过程中发现一系列新粒子。

目前尚未敲定明确的计划。为了获得一台将我们带向物理学前沿阵地的未来加速器，其正式运行前的计划、建设、调试和故障排除就需数十年之功。换言之，眼下就需要有人来为下一代高能物理机器做准备，这将是一条几十年的征途。

当前，国内外的科学家正在积极推动在中国建造这样一台“巨型对撞机”。考虑到中国业已为现代物理学做出了不可磨灭的贡献，这并非天方夜谭。例如李政道和杨振宁由于他们对弱作用中“宇称破坏”这种不对称性的突破性洞察而获得 1957 年诺贝尔物理学奖；丁肇中也是华裔科学家，因发现了一种新的基本粒子 J/ψ 而共享了 1976 年的诺贝尔物理学奖。

1980 年代，邓小平支持建造，直到今天仍在运行的北京正负电子对撞机，不仅是研究粲夸克物理的世界领先设备，同时为中国发展正负电子对撞技术积累了宝贵的经验。另一方面，当前还有不少世界顶级的高能物理实验项目由华人科学家领导，例如丁肇中领导的由国际空间站搭载的阿尔法磁谱仪 (AMS) 实验，以及大亚湾中微子实验等。

我生于中国。过去，我也花了很大精力帮助促进中国的科学与数学研究，这其中包括在内地、香港和台湾建立了六个数学研究所。因此，我很乐意见到这台巨大的粒子加速器在祖国的土地上诞生，尽管它的建设与运行在各个方面都需要国际合作。虽然这台机器的基地或许在中国，但它意在为每个人开放使用。

于是我决定更加主动地投身于其中，而不只是坐以观其成。为此，我与中国、美国和欧洲的物理学家以及中国政府的高级官员会面，讨论这项事业的潜在收益。我经常强调的一点是，这个项目具有提升国内外所有科学水平的潜在能力——绝不仅限于物理相关的领域，这就像谚语所说的“水涨船高”。中国领导人现在虽然还没有决定这项提议，但其答复也并不消极。对于同我一样的积极倡导者，这样的答复既带来了做成这件事的希望，也为接下来的行动争取到了时间。

我还就此主题在北京主持了一场由一些世界顶尖物理学家参与的论坛，与会各方都对我们的计划给予了密切关注。参加这个论坛的科学家包括王贻芳、阿卡尼-哈梅德 (N. Arkani-Hamed)、英坎德拉 (J. Incandela)、格罗斯、厄特霍夫特、马亚尼 (L. Maiani)、村山齐 (H. Murayama) 和威滕 (E. Witten) 这些曾荣获诺贝尔奖、基

础物理学奖、狄拉克奖、菲尔兹奖等著名奖项的杰出学者。这些科学家来到北京共同展望了高能物理的前景，同时论证了建造带领我们走向未来的下一代机器，即“巨型对撞机”的科学依据。

几个月后，参与该论坛的学者连同另几位诺贝尔物理学奖得主共同撰写了一封联名信。我们在信中阐明了这台新加速器背后的想法，并论述指出：中国所处的位置完全合适主持该项目，做这一国际行动的领导者。全世界成千上万最有才能的物理学家与工程师将希望聚集到中国，参与到这项事业中。建造该对撞机，将使中国一跃成为 21 世纪基础物理学的国际中心。

我帮助将关于此对撞机的一封信递交给一位中国政府最高级别的领导人。这一任务并不像听上去那样容易，因为我需要事先与中央组织部部长、科技部部长和中国科学技术协会主席商榷此事。其中每一环节都很关键，因为这些主管官员都可能对该项目造成重要的阻力，然而他们都同意这个想法值得考虑，当初对该对撞机持批评意见的人也逐渐改变了态度。

这使该项目的支持者们为之一振。不过他们同样清楚，大家尽可以兴奋地畅想各种可能性，但这个初级阶段还只是最容易的部分。从开始的计算、规划、推敲，到最终完成这一重大事业，真正困难的工作尚未开始。大量的这类准备工作将在未来高能物理中心开展，因而这里在今后若干年将成为忙碌的场所。下一步就是要撰写一份关于该机器实验目标的详细报告，提前预算这台新对撞机所能实现的测量范围。

物理学家的日程表上还有很多其他事项：他们需要进行地质勘探，以确定该机器环形隧道的最佳选址（其周长可达 100 千米）；他们需要开发更加强大的磁铁以弯曲并引导粒子束；他们还需要建造精度空前的探测器，发展强化的数据处理、存储与传输的新技术。在进入设计阶段之前，确定有待研发的关键技术难题也是头等大事。

另一项关键任务是确认这台对撞机将要涉及的主要物理问题，以判定它能回答哪些至今尚未解开的宇宙之谜。无论理论家事先能提出多少问题，他们很清楚，一台对撞能量大大提升的新机器也免不了会产生很多出乎意料的结果。这正是他们所期望的——发现令人惊讶、令人震惊的新结果。因为说到底，这样的科学发现将最终导致人类认知宇宙奥秘的伟大飞跃。

中国将有机会在科学领域 实现新的宏伟蓝图

宋朝以前，中国的科技和数学绝不逊色于世界各国，今日中国经济总能力已经是世界第二位，在科技上

的投资,除了短期的利益以外,必须有长远的计划。欧美在全球称霸垂三百年,不单是船坚炮利。基本科学的成就维持了他们工业上长期的领先地位,这些成就不在于两三个人的成果,而是大量第一流的科学家和工程师长期努力得来的,能够领导科学新方向的成果!

在欧美杰出的科学家中间找出一条很快兴起的道路确实并不容易,但是建立大型的下一代对撞机,目前欧美都缺经费,对中国来说真是天赐良机,一下子聚集全世界几千位第一流的科学家在一起,中国和全球学者一同走在全世界科技学术的最尖端,这是我们的祖先两百年来的期望,我们不应当错失良机!

就我个人而言,我愿看到中国提升自己在科学领域的世界声望。坦率地说,中国的声望的确需要提升。尽管政府近年来显著加大了科技方面的投入,中国学者发表的论文也相应增多,但是以引用数等标准衡量,这些论文及其所基于的研究工作,就质量与原创性而论,仍然落后于美国与其他主要西方国家。平心而论,在粒子物理以及其他科学领域中,中国需要追赶,需要为此做很多工作。

尽管如此,除去我的乡土情结,我还认为此类加速器探索项目是超越国界的,它能够启迪人们,并且对全世界的每个人都很重要。我在这里提到的机器不只是说中国的对撞机,而是一台为全世界而建的对撞机,它事关世界各个角落的物理学家。

这项计划还将深入一项更宏大的事业,关乎“文明”一词的全部含义。简言之,为了确保人类自身的活力与存在的意义,人类社会就需要从地理、科学、艺术等各方面进行探索。我也相信,如果一个目标确实值得追求,那么历史永远会青睐为这目标而行动的人,而不是它的反对者。任何项目都会有缺点,但这不是不行动的理由。只要有一大批第一流的科学家聚集在一起,我们就能够克服任何困难。

这项实验一旦在高能物理研究的新圣地开展起来,势必会突破我们目前知识的疆界,从而深化我们对宇宙深层机制的理解。于我而言,在这一系列过程中获得的知识足以列入人类最伟大的成就中。坦率地说,我想不出还有什么比此更高的追求。

在 *From the Great Wall to the Great Collider* 刚完成,中译本正要完成的时候,我们听到好几件令人振奋的事情:第一件是屠呦呦得到诺贝尔奖,第二件是王贻芳领导的团队因大亚湾中微子实验成果得到国际物理学界的肯定,和美日科学家一同共享国际有名的基础物理奖突破奖。这些都是中国科学家在中国本土做出的世界第一流的成果,实实在在地证明了中国科学家的能力!

中华儿女多奇志,我希望我们在这个基础上更进一步,在科学最前沿的高能物理的研究和实验上,和全球科学家合作,更进一步地揭示出构造宇宙大自然的奥秘!这不单是中国两百年来学者所期待的,也是全球科学家的愿望。我们也希望通过浅易的文笔,能够向中国普罗大众解释这个科学工作的重要性!

结论

当年爱因斯坦在格罗斯曼(M. Grossman)的大力帮助下,找到黎曼(B. Riemann)的重要工作,又得以与希尔伯特的交流,才能够完成广义相对论的大业,这是数学对物理学的重大贡献!

之后的物理实验和天文观测的结果却也大大鼓舞了数学在几何方面的研究,大量几何学家在外尔和嘉当(E. Cartan)的带领下,完成了一系列现代几何的奠基工作。首先外尔在推动和融合广义相对论与电磁理论的过程中,率先引进了规范场的理论。经过十年的努力,外尔完成了一个伟大的工作:电磁理论中的麦克斯韦方程其实可以看作规范场的一个表现,这个看法影响了 20 世纪的理论物理学和数学的发展。

事实上广义相对论也可以看作规范场的一种!后来杨振宁和米尔斯改变外尔理论中的交换群为非交换群,更成为整个粒子物理学标准模型的支柱。杨-米尔斯理论用的数学也是从嘉当和陈省身那里得出来的,其中纤维丛的理论起源于惠特尼(H. Whitney)和霍普夫(H. Hopf)。外尔和嘉当完成的李群及其表示理论更是理论物理和几何理论的基础。

我本人认为 21 世纪将会是量子力学与引力理论结合的时代,而引力场量子化将成为这个世纪的重要问题。弦理论是一个相当不错的想法,无论是超对称或高维空间的想法最终都需要实验室的证明,但是任何正面支持这些观念的现象都会是人类对于宇宙认识的一大进步。

我们需要大量的物理学家、数学家、工程师共同参与讨论这个世纪大问题!任何一个国家能够带动这个研究,都将青史留名!

近四十年来量子场论和弦论的兴起,使得数学焕然一新,我们期待数学、物理和加速器的发展会融合,会带动各个学科和人类文明的更新!

(本文为作者 2015 年 11 月 26 日在上海科协大讲坛上的演讲,本刊发表时略有修改,并经作者同意发表。)

关键词:对撞机 物理学 数学 几何学 量子
广义相对论 粒子